CIRCUITOS LC

PAG. 22

Del Halliday y Resnick, Fisica. Parte 2. Capítulo 38.

preguntas

1. ¿A qué se debe que el circuito *LC* de la Fig. 38-1 no deje de oscilar cuando el capacitor se ha descargado completamente?
2. ¿Cómo se podría iniciar una oscilación en un circuito *LC*, si las condiciones iniciales fueran las representadas en la Fig. 38-1*c*? Describir un esquema con un interruptor (que pueda cambiar alternativamente su posición) para originar esto.
3. En un circuito *LC* en oscilación, en el cual se supone que no hay resistencia, ¿qué es lo que determina (*a*) la frecuencia y (*b*) la amplitud de las oscilaciones?
4. Explicar cómo es que puede haber una corriente en el inductor de las Figs. 38-1*c* y *g*, aun cuando no hay carga en el capacitor.
5. En la Fig. 38-1, ¿es posible tener (*a*) un circuito *LC* sin resistencia, (*b*) un inductor sin una capacidad intrínseca, o (*c*) un capacitor sin una inductancia inherente? Discutir la validez práctica del circuito *LC* de la Fig. 38-1, en el cual se han ignorado todas estas posibilidades. Véase "Self-resonant Effects in Coils and Capacitors: an Experiment" de Samuel Derman, *The Physics Teacher*, septiembre de 1976.
6. ¿Qué cambios deben hacerse en la Fig. 38-1 si es que las oscilaciones deben ocurrir en el *sentido contrario* al de las manecillas del reloj en la figura?
7. ¿Cuáles son los ángulos de fase Φ de la Ec. 38-6 que corresponden a las ocho situaciones del circuito mostrado en la Fig. 38-1?
8. En la práctica, todos los circuitos *LC* deben tener alguna resistencia y, en consecuencia, son circuitos *RCL*. Sin embargo, se puede comprar un oscilador de audio comercial en el cual la salida mantiene indefinidamente una amplitud constante que no decrece como la de la Fig. 38-3. ¿Cómo puede suceder tal cosa? (*Sugerencia:* Considérese la analogía con el reloj de péndulo, en el cual interviene la caída de unos pesos.)
9. ¿Existe alguna razón física para suponer que el valor de *R* es "pequeño" en las Ecs. 38-10 y 38-11? *Sugerencia:* Considérese lo que ocurriría si la resistencia de amortiguamiento *R* fuese tan grande que en la Ec. 38-10 no se pudiese completar un ciclo de oscilación antes de que *q* quedase reducida esencialmente a cero. ¿Podría suceder tal cosa? De ser afirmativa la respuesta, ¿cómo se vería en tal caso la Fig. 38-3?
10. Tabule el mayor número de sistemas eléctricos o mecánicos que pueda imaginar, en los cuales exista una frecuencia natural, junto con la fórmula para esta frecuencia, si es que ésta aparece en el texto.
11. Describir el flujo periódico de la energía (si es que lo hay) de un punto a otro en una cavidad acústica resonante.
12. ¿Puede un elemento dado de un circuito (por ejemplo: un capacitor) comportarse como un elemento "agrupado", en ciertas circunstancias, y como un elemento "distribuido" en otras?

13. Hacer una lista lo más extensa posible de sistemas oscilatorios mecánicos (*a*) agrupados y (*b*) distribuidos.
14. ¿Existen sistemas oscilantes (mecánicos, por ejemplo) que sean o bien agrupados *o* distribuidos? Es decir, ¿no existe término medio? (*a*) Considérese un sistema agrupado como una disposición idealizada masa-resorte. ¿Qué cambios físicos se podrían hacer para que fuese más distribuido? (*b*) Considérese un sistema distribuido como el de una cuerda en vibración. ¿Qué cambios físicos se podrían hacer para que quedase más agrupado?
15. La inductancia medida de una bobina es L. En la práctica, la bobina también tiene una capacitancia C ya que sus espiras adyacentes se comportan como "placas". Tal bobina puede entrar en oscilación sin necesidad de conectarla a una capacitancia externa. ¿Se trata de un caso de elementos distribuidos? ¿Podrá oscilar a diferentes frecuencias? Discutir la respuesta.
16. Una cuerda de violín constituye un sistema mecánico oscilante con elementos distribuidos. Indicar algunos detalles cualitativos de por qué esto es cierto. Por ejemplo, ¿en dónde se localizan las energías cinética y potencial? (Comparar las Figs. 19-16 y 38-7.)
17. Una cavidad acústica resonante llena con aire y una cavidad electromagnética resonante del mismo tamaño tienen frecuencias de resonancia que están en relación de 10^6 aproximadamente. ¿Cuál de las dos tiene la mayor frecuencia y por qué?
18. ¿Qué dificultades de diseño se encontrarían al tratar de hacer un circuito LC, del tipo mostrado en la Fig. 38-1, que oscilase a (*a*) 0.01 Hz y (*b*) 10^{10} Hz?
19. Con frecuencia, las paredes interiores de las cavidades electromagnéticas tienen un recubrimiento de plata. ¿Por qué se hace esto?

problemas

SECCION 38-1 Oscilaciones LC

1. Determinar la capacitancia de un circuito LC si la carga máxima del capacitor es de $1.0\,\mu C$ y la energía total es de 1.4×10^{-4} J. *Respuesta:* 3.6×10^{-9} F.
2. Una inductancia de 1.5 mH en un circuito LC almacena una energía máxima de 1.0×10^{-5} J. ¿Cuál es la corriente de pico?
3. En un circuito LC oscilante, $L = 1.0$ mH, $C = 4.0\,\mu F$ y la carga máxima en C es $3.0\,\mu C$. Determinar la corriente máxima. *Respuesta:* 47 mA.
4. Un circuito LC oscilante consta de un capacitor de 1.0 nF ($= 1.0 \times 10^{-9}$ F) y de una bobina de 3.0 mH y tiene un voltaje de pico de 3.0 V. (*a*) ¿Cuál es la carga máxima en el capacitor? (*b*) ¿Cuál es la corriente de pico a través del circuito? (*c*) ¿Cuál es la energía máxima almacenada en el campo magnético de la bobina?
5. En un circuito LC oscilante, (*a*) ¿cuál es el valor de la carga máxima del capacitor cuando la energía se comparte equitativamente entre los campos eléctrico y magnético? (*b*) ¿Cuál es la fracción del periodo que debe transcurrir después de que el capacitor está totalmente cargado para que ocurra esta condición?
   Respuesta: (a) $q = q_m/\sqrt{2}$. *(b)* $t = T/8$.
6. En cierto instante, las tres cuartas partes de la energía total están almacenadas en el campo magnético del inductor de un circuito LC oscilante. (*a*) ¿Cuál es la carga en el capacitor, en ese instante, en términos de la carga máxima del capacitor? (*b*) ¿Qué fracción del periodo debe transcurrir desde el momento en el que el capacitor tiene su carga máxima, para que se produzca esta condición?

SECCION 38-2 Analogía con movimiento armonico simple

7. Dado un inductor de 1.0 mH, ¿de qué manera se podría hacer que oscilara a 1.0 MHz($= 1.0 \times 10^6$ Hz)?
   Respuesta: Conectándole un capacitor de 25 pF y usándolo como elemento resonante en un oscilador.
8. Dados dos capacitores de 5.0 y de 2.0 μF y un inductor de 10 mH, determinar (*a*) cuatro frecuencias de resonancia que se puedan obtener conectando de diferentes maneras a estos tres elementos. (*b*) ¿Existen más de cuatro frecuencias de resonancia?
9. Un circuito LC tiene una inductancia $L = 3.0$ mH y una capacitancia $C = 10\,\mu F$. (*a*) Calcular la frecuencia angular ω de oscilación. (*b*) Determinar el periodo T de

oscilación. (*c*) En el tiempo $t = 0$, el capacitor tiene una carga de 200 μC y la corriente es cero. Graficar la carga del capacitor como función del tiempo.
Respuesta: (*a*) 5.8×10^3 rad/s. (*b*) 1.1×10^3 s.

10. En un circuito LC, ¿en cuánto tiempo se cargará un capacitor descargado de 4.0 pF si el voltaje final es de 1.0 mV y la corriente máxima es de 50 mA?

11. Un inductor se conecta con un capacitor cuya inductancia puede variar haciendo girar una perilla. Se desea que la frecuencia de las oscilaciones LC varíe linealmente con el ángulo de rotación de la perilla y que cubra un intervalo de 2×10^5 Hz a 4×10^5 Hz a medida que la perilla gira un ángulo de 180°. Si $L = 1.0$ mH, graficar C como función del ángulo de rotación (hasta llegar a 180°).
Respuesta: 0°, 45°, 90°, 135° y 180° corresponden, respectivamente, a 6.4, 4.1, 2.8, 2.1 y 1.6×10^{-10} F.

12. Un capacitor variable en el intervalo de 10 a 365 pF se utiliza, junto con una bobina, para sintonizar la entrada de un radio. (*a*) ¿Cuál es la relación entre las frecuencias máxima y mínima que pueden sintonizarse con este capacitor? (*b*) Si el capacitor debe sintonizar desde 0.54 hasta 1.60 MHz, la relación calculada en (*a*) es muy grande. Añadiendo un capacitor en paralelo con el capacitor variable, se puede ajustar este intervalo. ¿Qué valor debe tener este capacitor y qué inductancia se debe escoger para poder sintonizar el intervalo de frecuencias deseado?

13. Un circuito LC oscilante se diseña para que funcione con una corriente de pico i (30 mA). La inductancia L (0.042 H) es fija y la frecuencia se varía cambiando el valor de C. (*a*) Si el capacitor tiene un voltaje de pico máximo V_m (50 V), ¿puede funcionar el circuito, ~~con seguridad~~, a una frecuencia ν de 1.0 MHz? (*b*) ¿Cuál es la frecuencia máxima con la que se puede trabajar ~~con seguridad~~? (*c*) ¿Cuál es la capacitancia mínima? *Respuesta:* (*a*) 1300 V; no. (*b*) 6300 Hz. (*c*) 1.8×10^{-8} F.

14. Una masa de 10 kg oscila en un resorte que, cuando está extendido 2 cm de su posición de equilibrio, ejerce una fuerza restauradora de 5.0 N. (*a*) Determinar la capacitancia del sistema LC análogo cuando $L = 1.0 \times 10^{-3}$ H. (*b*) ¿Sería sencillo construir este circuito análogo?

15. Las condiciones iniciales de la Fig. 38-7 son las siguientes: el capacitor de 900 μF está descargado. (*a*) Describir detalladamente la forma en que se podría cargar al capacitor de 100 μF hasta 300 V, utilizando en forma apropiada a S_1 y S_2. (*b*) Describir en detalle el análogo mecánico de este problema, compuesto por una masa y un resorte.
Respuesta: Sea T_2 el periodo del inductor y del capacitor de 900 μF y T_1 el periodo del inductor y del capacitor de 100 μF. Entonces (*a*) cerrar S_2 y esperar $T_2/4$; cerrar rápidamente S_1 y abrir S_2; esperar $T_1/4$ y entonces abrir S_1.

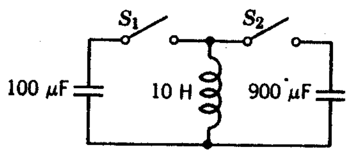

figura 38-7
Prob. 15.

SECCION 38-3 Oscilaciones análisis cuantitativo

16. ¿Qué resistencia debe incluirse en un circuito con $L = 10$ mH y $C = 1.0\,\mu$F para reducir la frecuencia de resonancia (no amortiguada) en 0.01%?

17. En un circuito LC oscilante, $L = 3.0$ mH y $C = 2.7\,\mu$F. En $t = 0$, la carga $q = 0$ y la corriente $i = 2.0$ A. (*a*) ¿Cuál es la carga máxima que puede aparecer en el capacitor? (*b*) En términos del periodo T de oscilación, ¿cuánto tiempo tiene que transcurrir después de $t = 0$ para que la energía almacenada en el capacitor esté aumentando con su mayor ritmo? (*c*) ¿Cuál es el mayor ritmo de aumento de la energía almacenada en el capacitor?
Respuesta: (*a*) 1.8×10^{-4} C. (*b*) $T/8$. (*c*) 67 W.

18. Determinar, en un circuito LC amortiguado, el tiempo necesario para que la energía máxima en el capacitor durante una oscilación tenga un valor igual a la mitad de la energía máxima durante la primera oscilación. Suponer que en $t = 0$, $q = q_m$ (es decir, utilizar la Ec. 38-10).

19. Obtener la ecuación diferencial de un circuito LC (Ec. 38-5) utilizando el teorema de la malla.

20. Demostrar que cuando el amortiguamiento es pequeño, la corriente en un circuito LC amortiguado queda determinada aproximadamente por

$$i = -q_m\omega' e^{-Rt/2L} \operatorname{sen}(\omega' t + \phi),$$

en donde

$$\phi = \tan^{-1} \frac{R}{2L\omega'}.$$

Partir de la Ec. 38-10.

21. Suponer que en un circuito *RCL* oscilante, la amplitud de las oscilaciones de carga decrece a la mitad de su valor inicial después de n ciclos. Demostrar que la reducción fraccional en la frecuencia de resonancia, debida a la presencia del resistor, está determinada, con buena aproximación por

$$\frac{\omega - \omega'}{\omega} = \frac{0.0061}{n^2},$$

la cual es independiente de L, C y R. Aplicar esta expresión a la curva decreciente de la Fig. 38-3.

22. *La "Q" de un circuito.* Demostrar, para el circuito *LC* amortiguado del Ej. 3, que la pérdida fraccional de energía por ciclo de oscilación $\Delta U/U$, queda determinada, con buena aproximación, por $2\pi R/\omega L$. Con frecuencia, la cantidad $\omega L/R$ recibe el nombre de la "Q" del circuito (por "quality"). Un circuito con "Q grande" tiene una resistencia pequeña y una pérdida fraccional de energía por ciclo pequeña ($= 2\pi/Q$).

SECCION 38-5 La cavidad electromagnética resonante

23. ¿Qué dimensiones debe tener una cavidad electromagnética resonante cilíndrica (como la descrita en el texto) para que funcione, en el modo fundamental, a 60 Hz, que es la frecuencia de la corriente alternante doméstica?
Respuesta: Radio $= 1.9 \times 10^3$ km, sin importar su longitud.

24. Hacer unos diagramas semejantes a los de la Fig. 38-6 en los que se muestre un ciclo de oscilación de una cavidad electromagnética resonante cilíndrica que funcione en el primer sobretono, y no en el modo fundamental.