así que

$$M = \frac{\mu_0 N_1 N_2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}.$$

Nótese que si $N_1 = N_2$, las inductancias L_1 y L_2 de los dos embobinados son virtualmente iguales ($= L$). La comparación con el Ej. 1 demuestra que, en este caso, $M = L$; en el Prob. 36 se trata un caso más general.

---

preguntas

1. ¿Qué condiciones se deben cumplir para que la Ec. 36-1 [$\mathcal{E} = d(N\Phi_B/dt)$] pueda escribirse como $\mathcal{E} = N(d\Phi_B/dt)$? Indicar alguna situación física en la cual se produzca una fem inducida debida sólo a cambios de N con el tiempo.
2. En el caso de que exista inducción mutua, como en la Fig. 35-2, ¿también existe autoinducción? Discutir la respuesta.
3. En un solenoide, ¿es la inductancia por unidad de longitud en la región central (*a*) igual, (*b*) mayor o (*c*) menor con respecto al valor en los extremos?
4. Dos solenoides A y B tienen el mismo diámetro, la misma longitud y tienen una sola capa de espiras de cobre, de tal forma que las espiras adyacentes se tocan y el espesor del aislamiento es ignorable. El solenoide A contiene muchas vueltas de un alambre muy delgado y el solenoide B contiene menos vueltas de un alambre más grueso. (*a*) ¿Cuál de los dos solenoides tiene mayor inductancia? (*b*) ¿Cuál de los dos solenoides tiene mayor constante de tiempo inductiva?
5. Si el flujo que pasa a través de cada una de las espiras de una bobina es el mismo, la inductancia de la bobina puede calcularse a partir de $L = N\Phi_B/i$ (Ec. 36-4). ¿Cómo podría calcularse L en una bobina en la cual esta suposición no sea válida?
6. Demostrar que las dimensiones de las expresiones L, $N\Phi_B/i$ (Ec. 36-4) y $\mathcal{E}/(di/dt)$ (Ec. 36-3*b*), son iguales.
7. Se dispone de una longitud l de alambre de cobre. ¿En qué forma se dispondría para que tuviese la máxima autoinductancia?
8. Se desea fabricar una bobina que tenga una resistencia R pero que no tenga, esencialmente inductancia. ¿Cómo se lograría esto?
9. ¿Dependerá de la fem aplicada el tiempo necesario para que la corriente en un circuito LR particular alcance una fracción dada de su valor de equilibrio?
10. Por una bobina con una constante de tiempo inductiva grande, circula una corriente. Cuando la corriente se interrumpe mediante un interruptor, aparece un arco intenso en las hojas del interruptor. Explicar este fenómeno. (Nota: El interrumpir las corrientes de gran inductancia puede ser peligroso.)
11. En un circuito LR como el de la Fig. 36-4, ¿puede la fem autoinducida ser mayor que la fem de la batería?
12. En un circuito LR como el de la Fig. 36-4, ¿son siempre iguales las corrientes en la resistencia y en la inductancia?
13. En el circuito mostrado en la Fig. 36-3, la fem autoinducida llega a un máximo en el instante en el cual el interruptor se cierra en la posición a. ¿Cómo se podría explicar este efecto, si en este instante no hay corriente en la inductancia?
14. El interruptor de la Fig. 36-3 se mueve de la posición a, después de que ha permanecido en ésta por un tiempo "grande", a la posición b. ¿Qué ocurre con la energía almacenada inicialmente en el inductor?
15. Una bobina tiene una inductancia L (medida) y una resistencia R (medida). ¿Está su constante de tiempo inductiva determinada por la Ec. 36-13? Recuérdese que esa ecuación se obtuvo (véase la Fig. 36-3) para una situación en la que los elementos inductivo y resistivo estaban físicamente separados. Discutir la respuesta.
16. En la Sec. 36-3 se demostró que la Ec. 36-10 es una solución de la Ec. 36-9. ¿Se puede afirmar que ésta es la *única* solución?
17. Si la corriente en una fuente de fem está en el sentido de la fem, la energía de la fuente disminuye; si la corriente está en sentido opuesto a la fem (como ocurre cuando se carga una batería), la energía de la fuente aumenta. ¿Se aplican estas aseveraciones al inductor de las Figs. 36-1*a* y 36-1*b*?
18. Discutir un argumento basado en el manejo de imanes en barra que sugiera que la energía puede almacenarse en un campo magnético.

PAG. 18

19. ¿Arroja alguna luz la Ec. 36-18 ($U = \frac{1}{2}Li^2$) en relación al hecho de que (véase la Ec. 36-5) la inductancia de una porción l de un solenoide largo sea proporcional a su volumen?
20. Establecer todas las analogías posibles entre un capacitor de placas paralelas (para campo eléctricos) y un solenoide largo (para campos magnéticos).
21. Considérese la densidad de energía en un toroide. ¿En dónde es mayor, cerca del radio interno o cerca del radio externo?
22. Dos bobinas se conectan en serie. ¿Depende su inductancia equivalente de la relación geométrica entre las dos bobinas?
23. Se dispone de dos bobinas circulares planas semejantes, cada una de N vueltas. ¿Cuál será la disposición geométrica para la cual se obtenga la mayor inductancia mutua M? ¿Y cuál para que sea la menor? Suponer que las bobinas se colocan cercanas entre sí.
24. Se dispone de dos bobinas cercanas (geométricamente) entre sí. ¿Tienen que estar conectadas eléctricamente para que tengan inductancia mutua? Si *están* conectadas eléctricamente, ¿muestran inductancia mutua?
25. Una bobina circular plana se coloca fuera de un solenoide largo, cercana a su centro; los ejes de la bobina y el solenoide son paralelos. ¿Existe un efecto de inducción mutua? Supóngase que la bobina rodea al solenoide, ¿existe ahora inductancia mutua? Justificar la respuesta en ambos casos.
26. Una bobina circular de N vueltas rodea a un solenoide largo. ¿Es mayor la inductancia mutua cuando la bobina está cerca del centro del solenoide o cuando está cerca de uno de sus extremos? Explicar la respuesta.

problemas

SECCION 36-1 Concepto de inductancia

1. La inductancia de una bobina de 400 vueltas muy próximas es de 8.0 mH. ¿Cuál es el flujo magnético a través de la bobina cuando circula una corriente de 5.0×10^{-3} A?
   Respuesta: 1.0×10^{-7} *Wb.*
2. Cada uno de los siguientes términos: (*a*) coulomb•ohm•metro/weber, (*b*) volt•segundo, (*c*) coulomb•ampere/farad, (*d*) kilogramo •volt• metro²/(henry •ampere)², (*e*) (henry/farad)$^{1/2}$ es igual a uno de los términos en la siguiente lista: metro, segundo, kilogramo, número adimensional, newton, joule, volt, ohm, watt, coulomb, ampere, weber, henry, farad. Indicar estas igualdades.
3. Un inductor de 10 H transporta una corriente estacionaria de 2.0 A. ¿Cómo se puede autoinducir una fem de 100 V en el inductor?
   Respuesta: Cambiando la corriente con un ritmo de 10 A/s.

SECCION 36-2 Cálculo de inductancia

4. Se forma un solenoide enrollando alambre de cobre del Núm. 10 (diámetro 0.10 plg) en una sola capa. Tiene 4.0 cm de diámetro y 2.0 m de longitud. ¿Cuál es la inductancia por unidad de longitud del solenoide en la región central? Suponer que los alambres adyacentes se tocan y que el espesor del aislamiento es ignorable.
5. Un solenoide largo y delgado puede doblarse en forma de anillo para formar un toroide. Demostrar que si el solenoide es lo suficientemente largo y delgado, la ecuación para la inductancia de un toroide (véase el Ej. 1) se reduce a la de un solenoide de longitud comparable (Ec. 36-5).
6. *Inductores en serie.* Dos inductancias L_1 y L_2 se conectan en serie y se separan a una gran distancia. (*a*) Demostrar que la inductancia equivalente L es $L_1 + L_2$. (*b*) ¿Por qué su separación debe ser grande?
7. Demostrar que la autoinductancia de una fracción l de un alambre largo, asociada con el flujo en el *interior* del alambre, es $\mu_0 l/8\pi$. Suponer una distribución uniforme de corriente en la sección transversal.
8. *Inductores en paralelo.* Dos inductores L_1 y L_2 se conectan en paralelo y se les separa por una gran distancia. (*a*) Demostrar que la inductancia equivalente L queda determinada por

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}.$$

   (*b*) ¿Por qué debe ser grande la separación entre ellos para que se cumpla esta relación?

PAG. 19

— 9. Dos alambres paralelos, cuyos centros están separados por una distancia d, transportan corrientes iguales y opuestas. Demostrar que, ignorando el flujo en los alambres mismo, la inductancia de una fracción l de tal pareja de alambres está dada por

$$L = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{d-a}{a},$$

en donde a es el radio de los alambres. Véase el Ej. 4, del Cap. 34.

10. Calcular la autoinductancia de dos cilindros huecos concéntricos de radios a y b y de longitud $l >> a,b$. En uno de los extremos, los cilindros están conectados mediante una placa plana de tal forma que la corriente circula en un sentido, en el cilindro interno y en sentido contrario por el exterior. Como sugerencia, véase el Ej. 5.

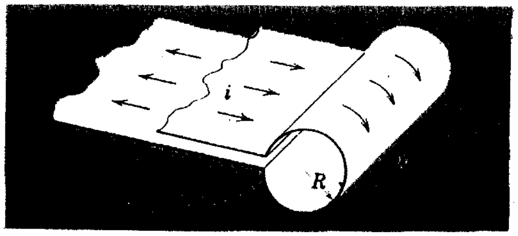

figura 36-9
Prob. 11

— 11. Una tira de cobre muy ancha, de anchura W, se dobla para formar un tubo delgado de radio R con dos extensiones planas, como se muestra en la Fig. 36-9. A través de la tira circula una corriente i distribuida uniformemente a todo lo ancho. De esta forma se ha contruido un "solenoide de una vuelta". (*a*) Determinar la magnitud del campo magnético **B** en la región tubular (alejado de los extremos). (*Sugerencia:* Suponer que el campo fuera del solenoide de una vuelta es sumamente pequeño.) (*b*) Determinar la inductancia de este solenoide, ignorando las dos extensiones planas.
Respuesta: (*a*) $\mu_0 i/W$ (*b*) $\pi\mu_0 R^2/W$.

SECCION 36-3 Circuito LR

— 12. La corriente en un circuito LR alcanza un valor de 1/3 del valor estacionario en 5.0 s. ¿Cuál es la constante de tiempo inductiva?

13. ¿Cuántas veces debe transcurrir la constante de tiempo para que la corriente en un circuito LR llegue a 0.10% de su valor de equilibrio?
Respuesta : 6.9.

— 14. A través de una bobina de L = 50 mH y R = 180 Ω se establece súbitamente una diferencia de potencial de 50 V. ¿Con qué ritmo aumenta la corriente después de 0.001 s?

15. El núcleo de madera de un toroide tiene una sección transversal cuadrada, cuyo radio interno es de 10 cm y cuyo radio externo es de 12 cm. Se enrolla con una sola capa de alambre del Núm. 18 (diámetro 0.040 plg, "resistencia" = 1Ω/160 pies). ¿Cuáles son (*a*) la inductancia y (*b*) la constante de tiempo inductiva? Ignorar el espesor del aislamiento.
Respuesta: (*a*) 2.8×10^{-4} H. (*b*) 2.7×10^{-4} s.

— 16. ¿Cuánto tiempo transcurre para que el voltaje a través de la resistencia en un circuito LR (L = 1.0 H, R = 1.0 Ω) disminuya al 10% de su valor inicial?

17. Un solenoide de 6.0×10^{-6} H de inductancia se conecta en serie con un resistor de 1.0×10^3 Ω. (*a*) Si a través de esta combinación se conecta una batería de 10 V, ¿cuánto tiempo tardará la corriente a través de la resistencia en alcanzar el 80% de su valor final? (*b*) ¿Qué corriente circula a través de la resistencia después de una constante de tiempo?
Respuesta: (*a*) 9.7×10^{-9} s. (*b*) 6.3×10^{-3} A.

18. La corriente de un circuito LR disminuye desde 1.0 A en t = 0, hasta 0.010 A un segundo después. Si L es de 10 H, determinar la resistencia R del circuito.

PAG. 20

19. En el circuito mostrado en la Fig. 36-10, $\mathcal{E} = 10$ V, $R_1 = 5.0\ \Omega$, $R_2 = 10\ \Omega$ y $L = 5.0$ H. Calcular, en las siguientes situaciones: (I) con el interruptor S recién cerrado y (II) con el interruptor S cerrado desde mucho tiempo atrás, (*a*) la corriente i_1, a través de R_1, (*b*) la corriente i_2 a través de R_2, (*c*) la corriente i a través del interruptor, (*d*) la diferencia de potencial en R_2, (*e*) la diferencia de potencial en L y (*f*)di_2/dt.
Respuesta: (I). (*a*) 2.0 A. (*b*) Cero. (*c*) 2.0 A. (*d*) Cero. (*e*) Cero. (*f*) Cero. II (*a*) 2.0 A. (*b*) 1.0 A. (*c*) 3,0 A. (*d*) 10 V. (*e*) Cero. (*f*) Cero.

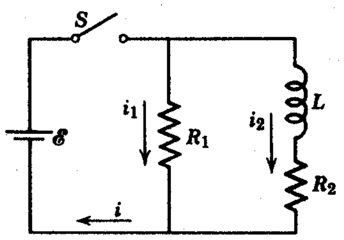

figura 36-10
Prob. 19.

20. En la Fig. 36-11, $\mathcal{E} = 100$ V, $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 20\ \Omega$, $R_3 = 30\ \Omega$ y $L = 2.0$ H. Determinar el valor de i_1 e i_2 (*a*) inmediatamente después de cerrar S, (*b*) después de transcurrir bastante tiempo, (*c*) de inmediato después de abrir de nuevo S y (*d*) después de transcurrir bastante tiempo.

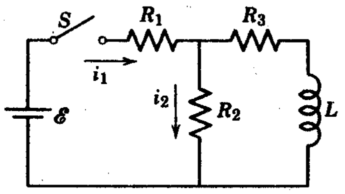

figura 36-11
Prob. 20.

21. Demostrar que la constante de tiempo inductiva τ_L también puede definirse como el tiempo que tardaría la corriente de un circuito LR llegar a su valor de equilibrio *si continuase aumentando con su ritmo inicial.*

22. El interruptor S de la Fig. 36-3 se mueve de *a* a *b*. Después de un tiempo igual a una constante de tiempo inductiva, demostrar que (*a*) La energía total que se transforma en energía térmica en el resistor es $0.168\ \mathcal{E}^2\tau_L/R$ y que (*b*) la energía almacenada en el campo magnético es $0.200\ \mathcal{E}^2\tau_L/R$. (*c*) Demostrar que la energía almacenada en el campo magnético una vez que se llega al equilibrio es $0.500\ \mathcal{E}^2\tau_L/R$.

23. Una bobina de 2.0 H de inductancia y 10 Ω de resistencia se conecta súbitamente a una batería sin resistencia de $\mathcal{E} = 100$ V. (*a*) ¿Cuál es la corriente de equilibrio? (*b*) ¿Cuánta energía almacena el campo magnético cuando esta corriente circula en la bobina?
Respuesta: (*a*) 10 A. (*b*) 100 J.

24. A través de una batería de $\mathcal{E} = 100$ V se conecta súbitamente una bobina de 2.0 H de inductancia y 10 Ω de resistencia. Después de 0.10 s de haber hecho la conexión, ¿cuáles son los ritmos a los cuales (*a*) se almacena energía en el campo magnético, (*b*) aparece energía térmica y (*c*) la batería suministra energía?

25. Una bobina se conecta en serie con una resistencia de 10 000 Ω. Cuando a través de esta combinación se aplica una batería de 50 V, la corriente alcanza un valor de 2.0 mA después de 5.0 ms. (*a*) Encontrar el valor de la inductancia de la bobina. (*b*) ¿Cuál es la energía almacenada en la inductancia en este mismo instante de tiempo?
Respuesta: (*a*) 98 H. (*b*) 2.0×10^{-4} J.

26. Un alambre largo transporta una corriente distribuida uniformemente en la sección transversal del alambre. Demostrar que la energía magnética por unidad de longitud almacenada dentro del alambre es igual a $\mu_0 i^2/16\pi$. Nótese que este valor no depende del diámetro del alambre.

27. El cable coaxil del Ej. 5 tiene $a = 1.0$ mm, $b = 4.0$ mm, y $c = 5.0$ mm (c es el radio de la superficie externa del conductor externo). Transporta una corriente de 10 A en el conductor interno y otra igual, pero en sentido opuesto, en el conductor externo. Calcular y comparar la energía magnética almacenada por metro de cable (*a*) dentro del conductor central, (*b*) en el espacio entre los conductores y (*c*) dentro del conductor externo.
Respuesta: (*a*) 2.5×10^{-6} J/m. (*b*) 14×10^{-6} J/m. (*c*) 0.80×10^{-6} J/m.

28. Demostrar que cuando el interruptor S de la Fig. 36-3 se mueve de *a* a *b*, toda la energía almacenada en el inductor aparece como energía térmica en el resistor.

SECCION 36-5 Energía y densidad de energía

29. ¿Cuál es la densidad de energía en el campo magnético cerca del centro del solenoide del Prob. 23, Cap. 35?
Respuesta: 3.6×10^{-2} J/m³.

30. Una espira circular de alambre de 5.0 cm de radio transporta una corriente de 100 A. ¿Cuál es la densidad de energía en el centro de la espira?

31. Un alambre de cobre del Núm. 10 transporta una corriente de 10 A. Calcular (*a*) la densidad de energía magnética y (*b*) la densidad de energía eléctrica en la superficie del alambre. El diámetro del alambre es de 0.10 plg y su resistencia por unidad de longitud es de 1.0 Ω/1000 pies.
Respuesta: (*a*) 0.99 J/m³. (*b*) 4.8×10^{-15} J/m³.

32. (*a*) ¿Cuál es la densidad de energía magnética de un campo magnético terrestre de 5.0×10^{-5} T? (*b*) Suponiendo que este valor es constante en pequeñas distancias comparadas con el radio de la Tierra e ignorando las variaciones en las vecindades

de los polos magnéticos, ¿cuánta energía estará almacenada en un casquete esférico comprendido entre la superficie de la Tierra y 16 km por arriba de ésta?

33. (*a*) Encontrar una expresión para la densidad de energía en función del radio del toroide de Ej. 1. (*b*) Integrando esta densidad de energía sobre el volumen del toroide, encontrar la energía total almacenada en el campo del toroide; suponer que $i = 0.50$ A. (*c*) Utilizando la Ec. 36-18, calcular la energía almacenada en el toroide, directamente de la inductancia, y compararla con el inciso (*b*).

Respuesta: (*a*) $\dfrac{\mu_0 i^2 N^2}{8\pi^2 r^2}$. (*b*) 2.3×10^{-4} J. (*c*) 2.3×10^{-4} J.

34. ¿Cuál debe ser la intensidad de un campo eléctrico uniforme para que tenga la misma densidad de energía que la que tiene un campo magnético de 0.50 T?

35. ¿Cuál es la densidad de energía magnética en el centro de la órbita de un electrón que gira en un átomo de hidrógeno (véase el Ej. 9 del Cap. 34)?
Respuesta: 7.8×10^7 J/m^3.

SECCION 36-6 Inductancia mutua

36. Demostrar que si $N_1 \neq N_2$ en el Ej. 7, entonces la inductancia mutua queda determinada por

$$M = \sqrt{L_1 L_2}.$$

¿Se cumplirá esta relación aun en situaciones que no correspondan a la del Ej. 7, es decir, si *no* es cierto que *todo* el flujo de una bobina se acople con *todas* las vueltas de la otra bobina?

37. Dos bobinas cortas se conectan en serie, con su eje común y a distancias razonablemente pequeñas. (*a*) Demostrar que la inductancia efectiva de la combinación es

$$L = L_1 + L_2 \pm 2M.$$

(*b*) ¿Cuál es el significado del signo $\pm$? ¿Tiene algo que ver con el sentido relativo (a favor o en contra de las manecillas del reloj) en el que están enrolladas las bobinas?